

Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

MARZEC  
2019

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–34.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

*Życzymy powodzenia!*

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Liczba  $\frac{8^9 \cdot 9^8}{72^8}$  jest równa:

- A.  $\frac{1}{8}$                       B. 9                      C.  $72^9$                       D. 8

### Zadanie 2. (0–1)

Liczba  $\sqrt{5^3 \sqrt{5}}$  jest równa:

- A.  $\sqrt[6]{125}$                       B.  $5^{\frac{1}{5}}$                       C.  $\sqrt[5]{625}$                       D.  $\sqrt[6]{625}$

### Zadanie 3. (0–1)

Wartość wyrażenia  $5 \log_3 2 - 2 \log_3 5$  wynosi:

- A.  $\log_3 \frac{2}{5}$                       B.  $\log_3 \frac{32}{5}$                       C.  $\log_3 \frac{32}{25}$                       D.  $3 \log_3 \frac{5}{2}$

### Zadanie 4. (0–1)

Jeżeli bok pierwszego kwadratu jest większy od boku drugiego kwadratu o 30%, to o ile procent większe jest pole pierwszego kwadratu od pola drugiego kwadratu?

- A. o 24%                      B. o 30%                      C. o 60%                      D. o 69%


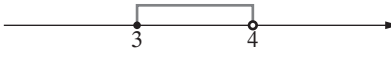


### Zadanie 5. (0–1)

Wartość wyrażenia  $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})^2$  wynosi:

- A. 65                      B. 41                      C.  $65 + 24\sqrt{6}$                       D.  $5\sqrt{2} - \sqrt{3}$

### Zadanie 6. (0–1)

Wskaż rysunek, na którym przedstawiono zbiór rozwiązań nierówności  $7 \leq 4x - 5 < 11$ :

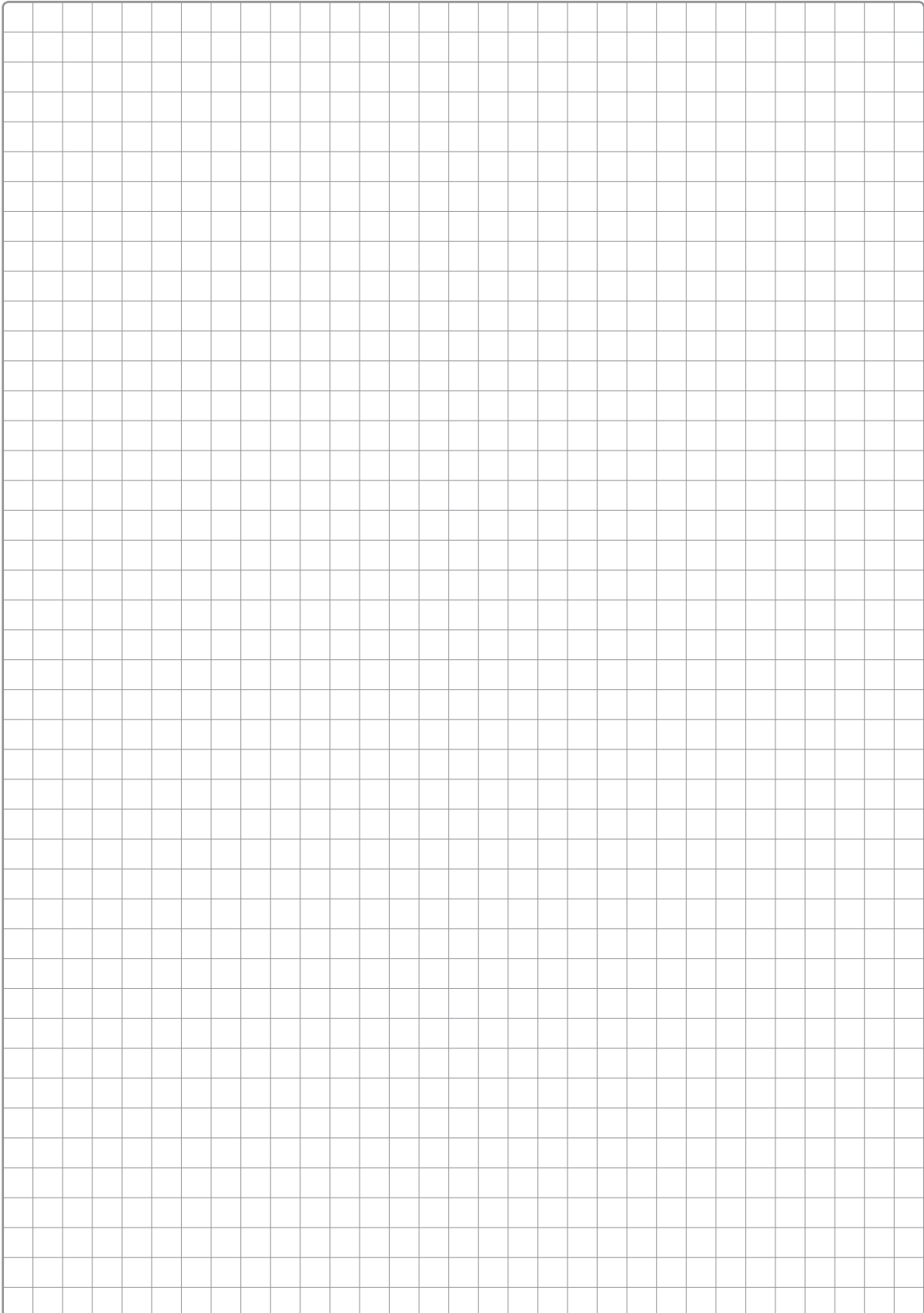
- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

### Zadanie 7. (0–1)

Ile wynosi suma ośmiu początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$  określonego wzorem  $a_n = 8(3 - n)$ ?

- A. -96                      B. -104                      C. -112                      D. -120

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 8. (0–1)**

Miejszem zerowym funkcji  $y = \frac{1}{2} - \sqrt{2}x$  jest liczba:

- A. 0                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$                       D.  $2\sqrt{2}$

**Zadanie 9. (0–1)**

Jeżeli prosta o równaniu  $y = -ax + 2$  jest symetralną odcinka  $AB$ , którego końce mają współrzędne  $A = (-1, 2)$ ,  $B = (2, 1)$ , to wartość  $a$  wynosi:

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $-\frac{1}{3}$                       C. 3                      D. -3

**Zadanie 10. (0–1)**

Dla jakiej wartości  $a$  układ równań  $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ -6x + 4y = a \end{cases}$  jest układem nieoznaczonym?

- A. 3                      B. -2                      C. -6                      D. 4

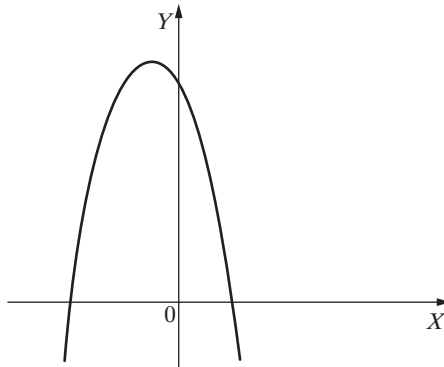
**Zadanie 11. (0–1)**

Do dziedziny funkcji  $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+5x-6}$  nie należą liczby:

- A. 2 i -3                      B. -3 i 2                      C. 5 i 6                      D. -6 i 1

**Zadanie 12. (0–1)**

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej  $f(x) = x^2 - bx + c$ .



Współczynniki  $b$  i  $c$  tej funkcji spełniają warunki:

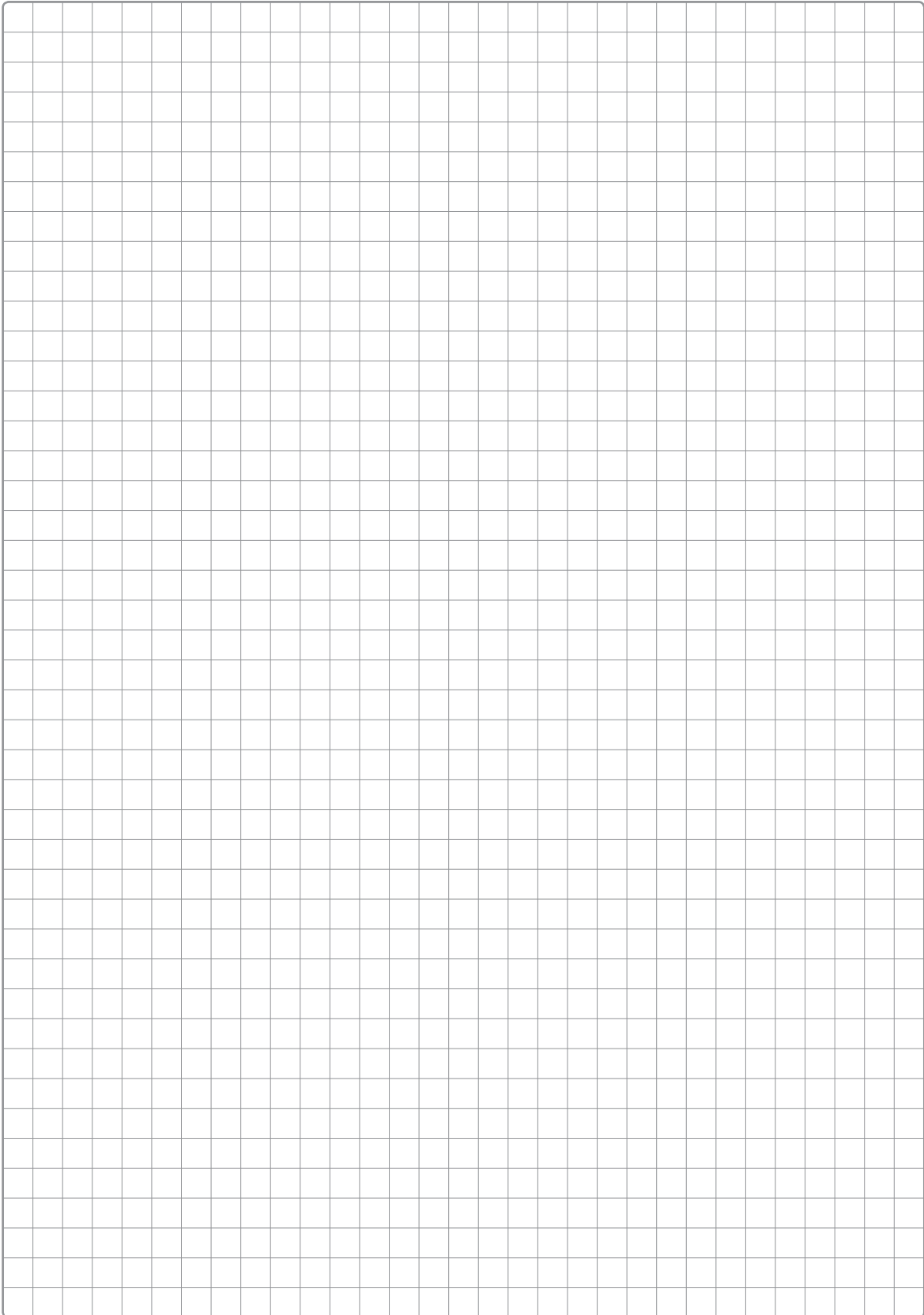
- A.  $b > 0, c < 0$                       B.  $b > 0, c > 0$                       C.  $b < 0, c < 0$                       D.  $b < 0, c > 0$

**Zadanie 13. (0–1)**

Maksymalny przedział, w którym funkcja kwadratowa  $f(x) = 2(x+3)(4-x)$  jest malejąca, to:

- A.  $\left\langle \frac{1}{2}, +\infty \right\rangle$                       B.  $\left\langle -\infty, \frac{1}{2} \right\rangle$                       C.  $\left\langle -\frac{1}{2}, +\infty \right\rangle$                       D.  $\left\langle -\infty, -\frac{1}{2} \right\rangle$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 14. (0–1)**

Wskaż przedział, do którego należy rozwiązanie równania  $\frac{x+3}{x-2} = 4$ , gdzie  $x \neq 2$ .

- A.  $(-\infty, 2)$       B.  $(2, 3)$       C.  $(3, 4)$       D.  $(4, +\infty)$

**Zadanie 15. (0–1)**

Jeżeli  $n$ -ty wyraz ciągu  $(a_n)$  jest równy reszcie z dzielenia liczby  $n$  przez 7, to  $a_{2019}$  wynosi:

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

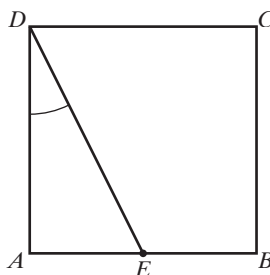
**Zadanie 16. (0–1)**

Brakującym wyrazem niemonotonicznego ciągu geometrycznego  $(5, x, 125)$  jest:

- A.  $-25$       B.  $-50$       C. 25      D. 75

**Zadanie 17. (0–1)**

W kwadracie  $ABCD$  punkt  $E$  jest środkiem boku  $BC$ .



Zatem  $\text{tg} \sphericalangle ADE$  wynosi:

- A.  $\frac{1}{2}$       B. 1      C. 2      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

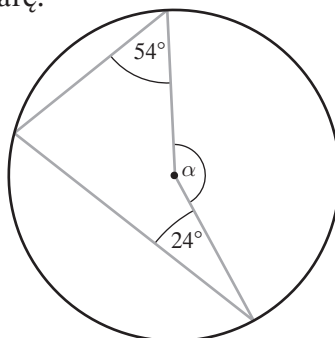
**Zadanie 18. (0–1)**

Promień okręgu opisanego na kwadracie  $ABCD$ , w którym  $A = (2, -1)$  i  $B = (-2, -4)$  ma długość:

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{2}$       C. 5      D. 2,5

**Zadanie 19. (0–1)**

Kąt  $\alpha$  na rysunku poniżej ma miarę:



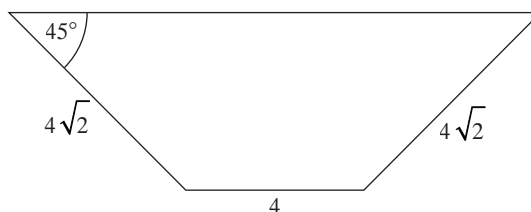
- A.  $78^\circ$       B.  $146^\circ$       C.  $152^\circ$       D.  $156^\circ$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 20. (0–1)**

Pole trapezu na rysunku poniżej wynosi:



- A. 16                      B. 32                      C.  $12 + 4\sqrt{2}$                       D.  $32\sqrt{2}$

**Zadanie 21. (0–1)**

Ile przekątnych można narysować w graniastosłupie prawidłowym siedmiokątnym?

- A. 10                      B. 12                      C. 14                      D. 16

**Zadanie 22. (0–1)**

Ile wynosi objętość walca, którego przekrój osiowy jest kwadratem o boku długości 8?

- A.  $64\pi$                       B.  $98\pi$                       C.  $112\pi$                       D.  $128\pi$

**Zadanie 23. (0–1)**

Prawdopodobieństwo wyboru spośród wszystkich dodatnich liczb dwucyfrowych liczby o różnych cyfrach wynosi:

- A. 0,1                      B. 0,09                      C.  $\frac{99}{100}$                       D. 0,9

**Zadanie 24. (0–1)**

Wszystkich liczb trzycyfrowych, których cyframi są tylko różne liczby pierwsze, jest:

- A. 64                      B. 32                      C. 24                      D. 16

**Zadanie 25. (0–1)**

W 26 rzutach sześcienną kostką do gry uzyskano wyniki przedstawione w poniższej tabeli:

Wynik rzutu kostką	1	2	3	4	5	6
Liczba uzyskanych wyników	3	6	4	3	4	6

Medianą tego zestawu wyników jest:

- A. 2                      B. 3                      C. 3,5                      D. 4



**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)

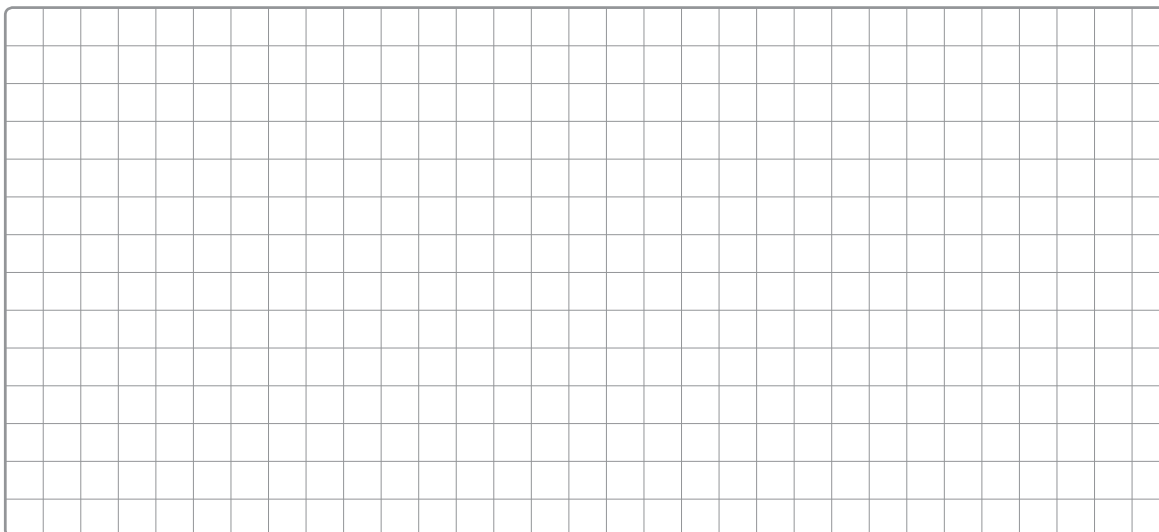


**ZADANIA OTWARTE**

Rozwiązania zadań 26.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

**Zadanie 26. (0–2)**

Rozwiąż nierówność  $3x\left(x + \frac{1}{2}\right) \leq 4\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$ .



Odpowiedź: .....

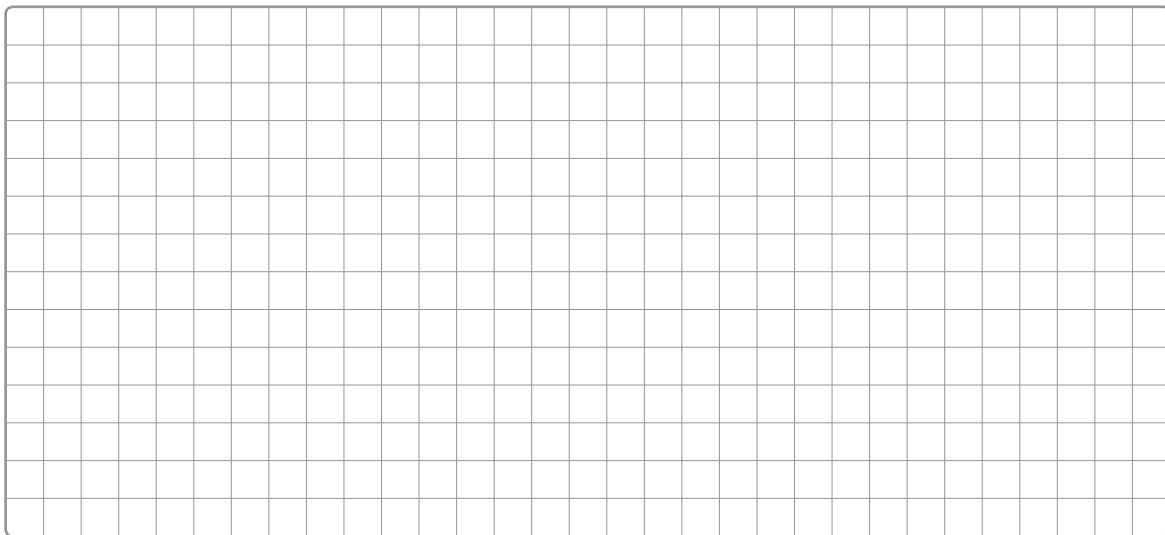
**Zadanie 27. (0–2)**

Wykaż, że dla każdego kąta ostrego  $\alpha$  prawdziwa jest równość  $\frac{\cos\alpha}{1 + \sin\alpha} \cdot \frac{\sin\alpha}{1 - \sin\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$ .



**Zadanie 28. (0–2)**

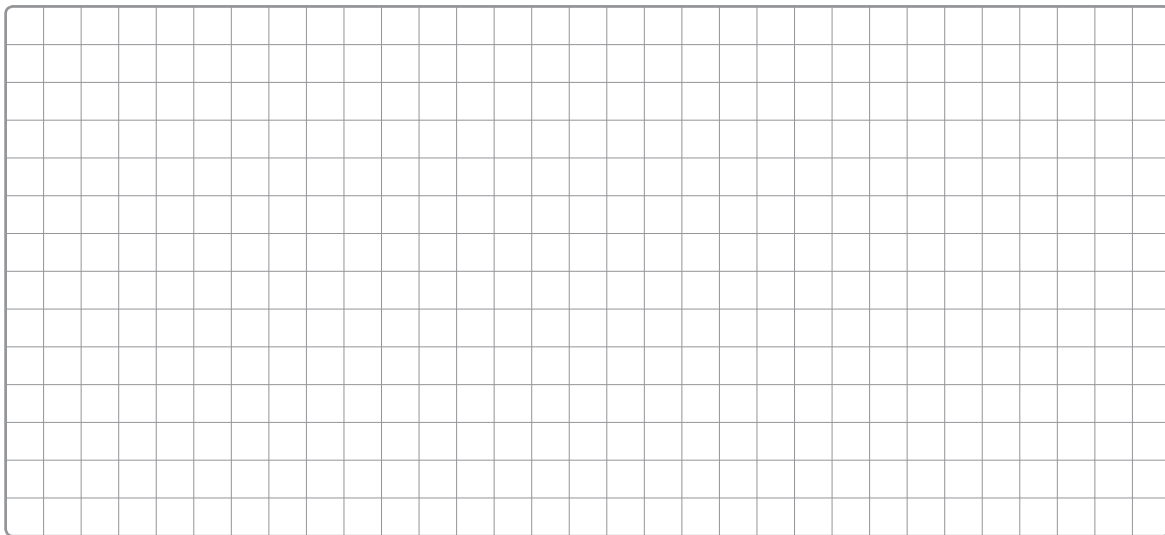
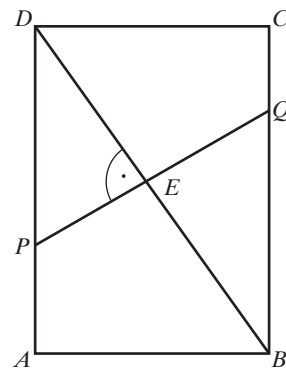
Oblicz długość środkowej  $CS$  trójkąta  $ABC$ , w którym  $A = (4, 5)$ ,  $B = (2, -3)$ ,  $C = (-3, 2)$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 29. (0–2)**

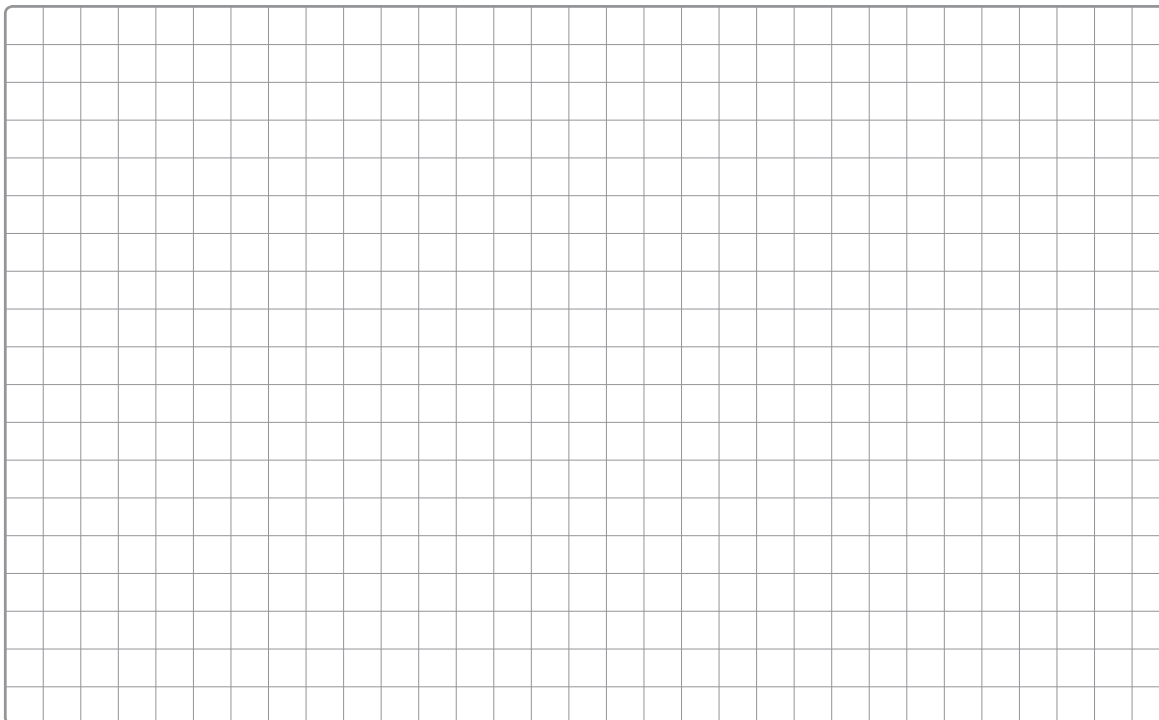
W prostokącie  $ABCD$  poprowadzono odcinek  $PQ$  prostopadły do przekątnej  $BD$ , który przeciął tę przekątną w punkcie  $E$ . Oblicz długość odcinka  $EP$ , jeżeli  $DE = 12$  i  $AB : BC = 2 : 3$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 30. (0–2)**

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a$  i  $b$  zachodzi nierówność:  
 $4a^2 + 11b^2 - 12ab \geq 0$ .



**Zadanie 31. (0–2)**

Ze zbioru liczb  $\{2, 7, 9, 12, 15\}$  losujemy dwa razy ze zwracaniem po jednej liczbie. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  polegającego na tym, że iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 6.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 32. (0–4)**

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej opuszczona na podstawę ściany bocznej jest równa  $2\sqrt{3}$ , a pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe  $3\sqrt{3}$ . Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 33. (0–4)**

Dwa rosnące ciągi arytmetyczny i geometryczny mają wspólny pierwszy wyraz równy 9. Ponadto taką samą wartość ma również ich trzeci wyraz. Drugi wyraz ciągu geometrycznego jest o 2 mniejszy od drugiego wyrazu ciągu arytmetycznego. Wyznacz te ciągi.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 34. (0–5)**

W układzie współrzędnych zaznaczono dwa punkty  $A = (-6, 0)$  i  $P = (4, 12)$  oraz narysowano prostą  $k$  o równaniu  $y = -4x + 8$ . Wierzchołek  $B$  trójkąta  $ABC$  znajduje się w punkcie przecięcia prostej  $k$  z osią odciętych, a wierzchołek  $C$  – w punkcie przecięcia prostej  $k$  z prostą poprowadzoną przez punkty  $A$  i  $P$ . Oblicz pole trójkąta  $ABC$ .



Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)

