Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY
Z OPERONEM
MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

MARZEC
2020

Czas pracy: 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron (zadania 1.–15.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–4.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniu kodowanym (5.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (6.–15.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–4. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Jeśli $\sqrt[3]{37} \leq a \leq \sqrt[5]{2019}$, to liczba a może być równa:

A. 3 **B.** 4
C. 5 **D.** 6

Zadanie 2. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_{12}^2 8 + \log_{12} 18 \cdot \log_{12} 1152$ wynosi:

A. 1 **B.** 2
C. 4 **D.** 12^2

Zadanie 3. (0–1)

Sieczna dana wzorem $4x - 3y + 1 = 0$ wyznacza w okręgu o środku w punkcie $S(4, -1)$ cięciwę długości 16. Promień tego okręgu ma długość:

A. $4\sqrt{2}$ **B.** $4\sqrt{5}$
C. $8\sqrt{2}$ **D.** $8\sqrt{5}$

Zadanie 4. (0–1)

Promień okręgu wpisanego w trapez równoramienny o podstawach a, b ma długość:

A. $\frac{a+b}{4}$ **B.** $\frac{ab}{4}$
C. $\frac{\sqrt{a+b}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{ab}}{2}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 5.–15. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz miejsce zerowe funkcji $f(x)=\dfrac{3x^3-4x^2-5x+2}{3x^2+3x-18}$.

Wybierz największą liczbę z otrzymanych i zakoduj cyfrę jedności i dwie kolejne cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (0–3)

Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x)=\frac{-x-5}{x+3}$ w punkcie $P=(-2,-3)$.

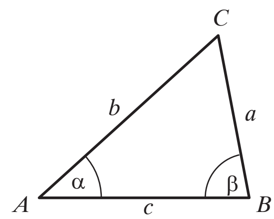
Odpowiedź: ....

Zadanie 7. (0–3)

Wykaż, że dana nierówność $x^4+3x^3+6x^2+7x+3\geq 0$ jest spełniona przez każdą liczbę rzeczywistą x.

Zadanie 8. (0–3)

Udowodnij, że w dowolnym trójkącie zachodzi równość: $\frac{bc}{2aR}=\frac{\sin\beta\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}$, gdzie a oznacza długość boku BC, b – długość boku AC, c – długość boku AB, R – długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie, a α i β to miary kątów przy wierzchołkach A i B.



Zadanie 9. (0–4)

Rozwiąż równanie $2\sin 4x+2\sqrt{3}\cos 2x=\sqrt{3}+4\sin x\cos x$ w przedziale $\langle 0,\ 2\pi\rangle$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 10. (0–4)

Na loterii znajduje się n losów wygrywających i cztery razy więcej losów przegrywających. Kupujemy dwa losy. Oblicz, ile jest losów wygrywających, jeżeli wiadomo, że prawdopodobieństwo wylosowania co najmniej jednego losu wygrywającego jest większe niż $\frac{11}{30}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których rozwiązania x_1, x_2 równania $x^2+(2m-1)x+4m-6=0$ spełniają warunek $2x_1-6x_2=14$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (0–5)

Przekątne ścian bocznych prostopadłościanu, wychodzące z tego samego wierzchołka, są nachylone do płaszczyzny podstawy pod kątami α oraz β. Oblicz cosinus kąta między tymi przekątnymi.

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–4)

Trzy liczby tworzą rosnący ciąg geometryczny, którego suma wynosi 26. Jeżeli do drugiej liczby dodamy 4, to ten ciąg zmieni się w ciąg arytmetyczny. Znajdź te liczby.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–6)

Punkty $A=(1,3)$ i $B=(7,5)$ są kolejnymi wierzchołkami rombu $ABCD$, przy czym punkt A jest wierzchołkiem kąta rozwartego tego rombu. Wierzchołki C i D leżą na prostej danej równaniem $x-3y-8=0$. Wyznacz współrzędne wierzchołków C i D oraz równanie okręgu wpisanego w ten romb.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–7)

Dana jest funkcja $f(x) = x^2 - 1$ oraz punkty $A = (8, 3)$ oraz $B = (16, -2)$. Znajdź współrzędne punktu C należącego do wykresu funkcji f, tak aby suma kwadratów odległości między punktami A i C oraz B i C była największa. Oblicz tę sumę.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)