

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

MARZEC
2019

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron (zadania 1.–17.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniach kodowanych (6.–7.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (8.–17.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Dana jest funkcja $f(x) = x^2 - 3x$. Suma wszystkich wartości m , dla których $f(m+2) = f(2m)$, wynosi:

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $2\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

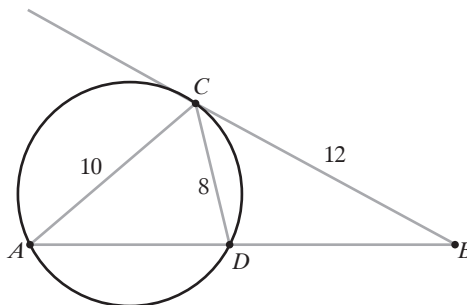
Zadanie 2. (0–1)

Dla jakiego kąta ostrego x ciąg $\left(2, \operatorname{tg} x, \operatorname{tg} x - \frac{1}{2}\right)$ jest ciągiem geometrycznym?

- A. 0 B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{5}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Zadanie 3. (0–1)

W trójkącie ABC obrano na boku AB taki punkt D , że okrąg przechodzący przez punkty A , C i D jest styczny do prostej BC . Długość odcinka DB , jeżeli $AC = 10$, $BC = 12$, $CD = 8$ wynosi:



- A. 9 B. 9,6 C. 10,6 D. 12

Zadanie 4. (0–1)

Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest dwa razy dłuższa od wysokości tego ostrosłupa. Miara kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy wynosi:

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

Zadanie 5. (0–1)

Granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+6+9+\dots+3n}{n^2-1}$ wynosi:

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{3}{2}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że dla $a, b, c > 1$ prawdziwa jest nierówność $\log_c a + \log_b a \geq 4 \log_{bc} a$.



Odpowiedź:

Zadanie 9. (0–3)

Znajdź równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $3y + 2x - 4 = 0$ przechodzącej przez punkt $A = (a, b)$, gdzie $a < b$ i liczby a i b są pierwiastkami równania $5 \cdot 2^{x+1} = 16 + 4^x$.



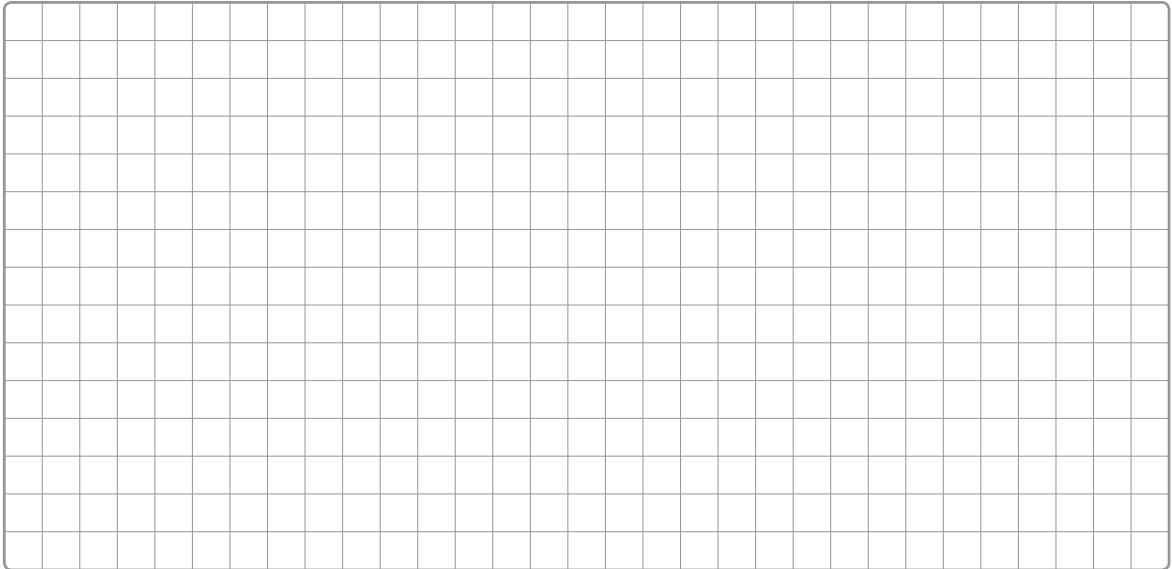
Odpowiedź:

Zadanie 10. (0–3)

Ciąg (a_n) dla $n \geq 1$ jest określony wzorem rekurencyjnym:

$$\begin{cases} a_1 = 12 - 29\sqrt{3} \\ (\sqrt{3} + \sqrt{2})a_{n+1} = \frac{a_n + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \end{cases}$$

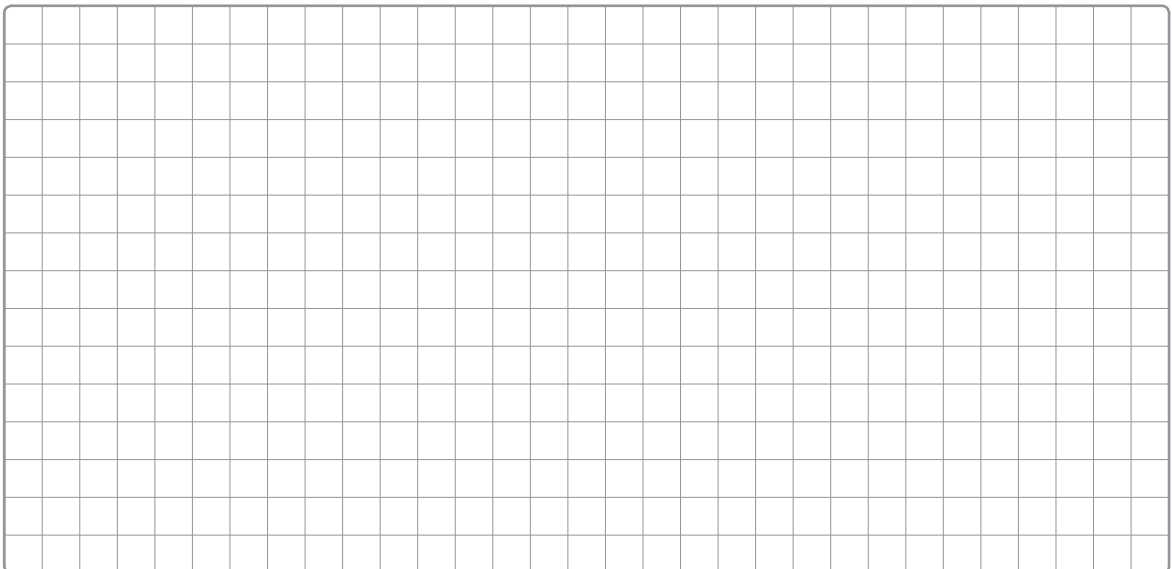
Oblicz sumę trzydziestu pierwszych wyrazów tego ciągu o numerach nieparzystych.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–3)

Oblicz cosinus kąta zawartego między wysokościami dwóch sąsiednich ścian bocznych ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym wszystkie krawędzie są tej samej długości.



Odpowiedź:

Zadanie 12. (0–4)

Reszta z dzielenia wielomianu $f(x) = x^3 + bx^2 - 2x + c$ przez dwumian $x - 1$ jest równa 2. Współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu wielomianu $f(x)$ w punkcie o odciętej 1 jest równy -6 . Wyznacz wartości współczynników b i c .

Odpowiedź:

Zadanie 13. (0–3)

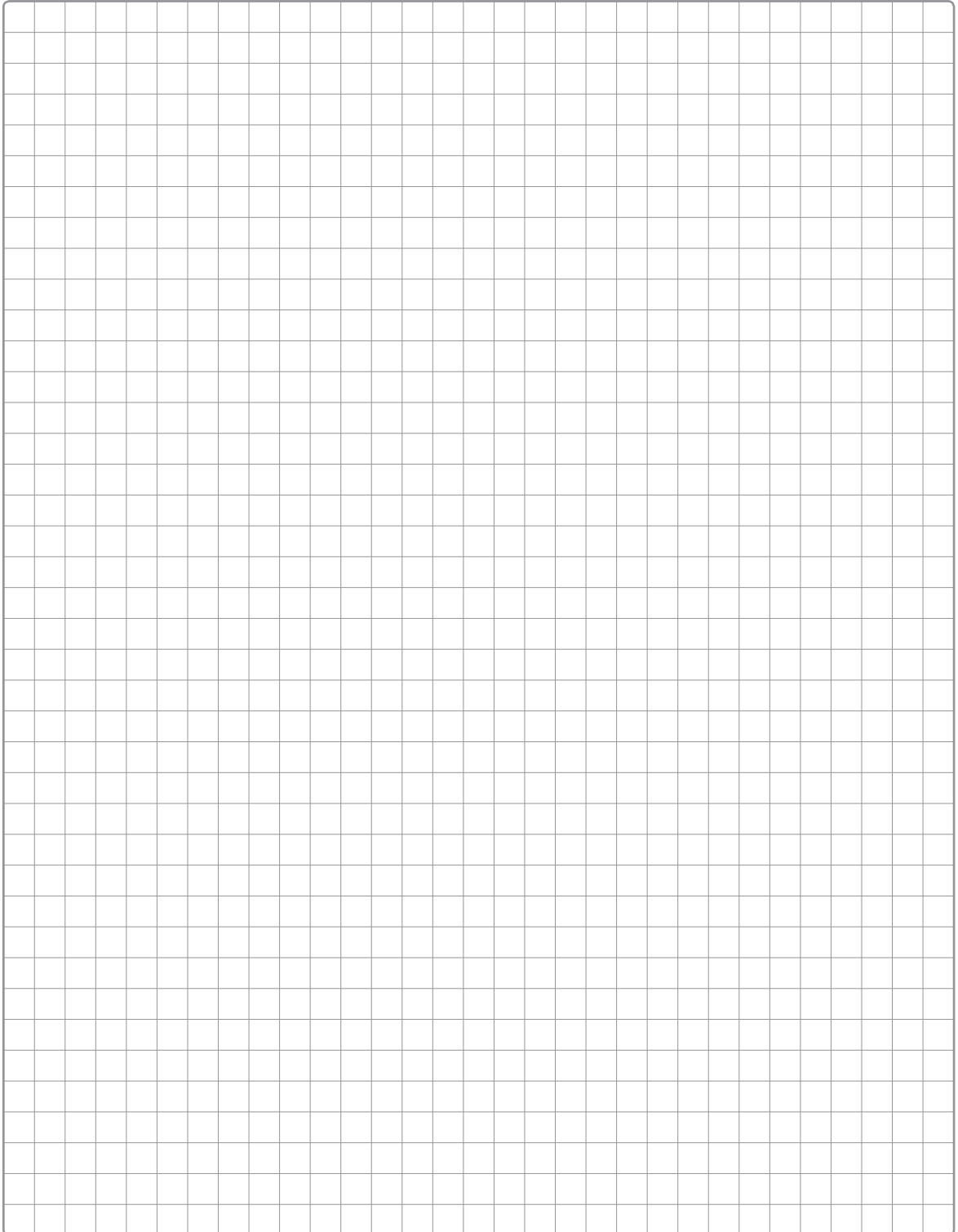
Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność:

$$\frac{\sin x - 1}{\sin x - 2} - \frac{\sin x - 2}{\sin x - 3} \geq -\frac{1}{2}$$

Odpowiedź:

Zadanie 14. (0–4)

Środek okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny dzieli wysokość tego trójkąta opuszczoną na podstawę na odcinki długości 5 i 3, licząc od wierzchołka. Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.



Odpowiedź:

Zadanie 15. (0–5)

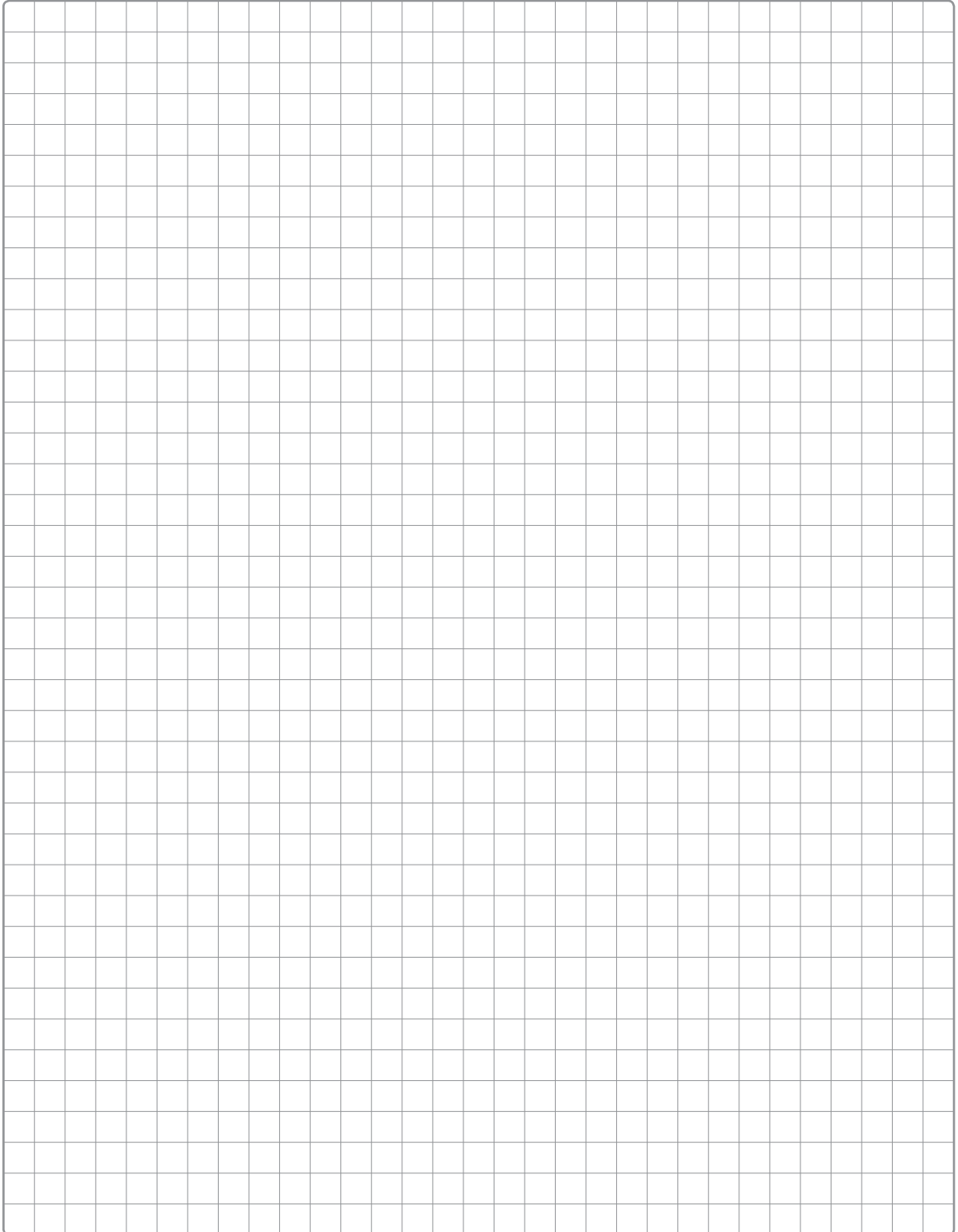
Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania trzech różnych liczb ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 3n\}$, których suma jest podzielna przez 3?



Odpowiedź:

Zadanie 16. (0–6)

W okrąg o promieniu $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$ wpisano trapez tak, że jedna podstawa trapezu jest jednocześnie średnicą okręgu. Wiedząc, że druga podstawa trapezu jest zawarta w prostej o równaniu $-2x + y = 0$, oblicz pole trapezu.



Odpowiedź:

Zadanie 17. (0–7)

W kulę o promieniu 6 wpisano ostrosłup prawidłowy trójkątny. Jaka powinna być wysokość tego ostrosłupa, aby jego objętość była największa? Podaj tę objętość.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

